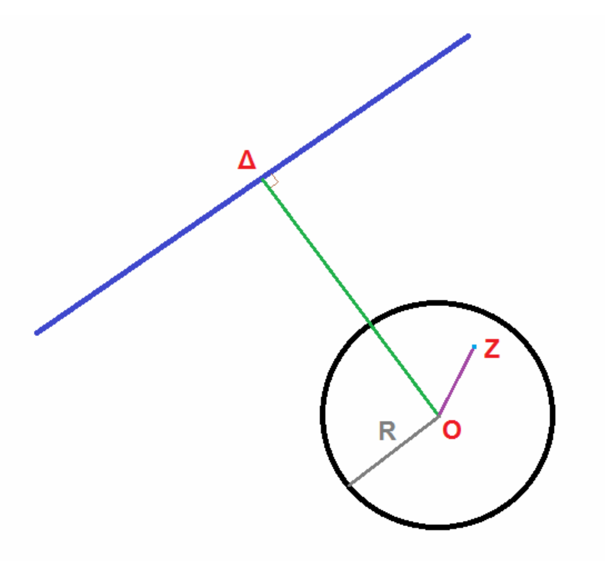
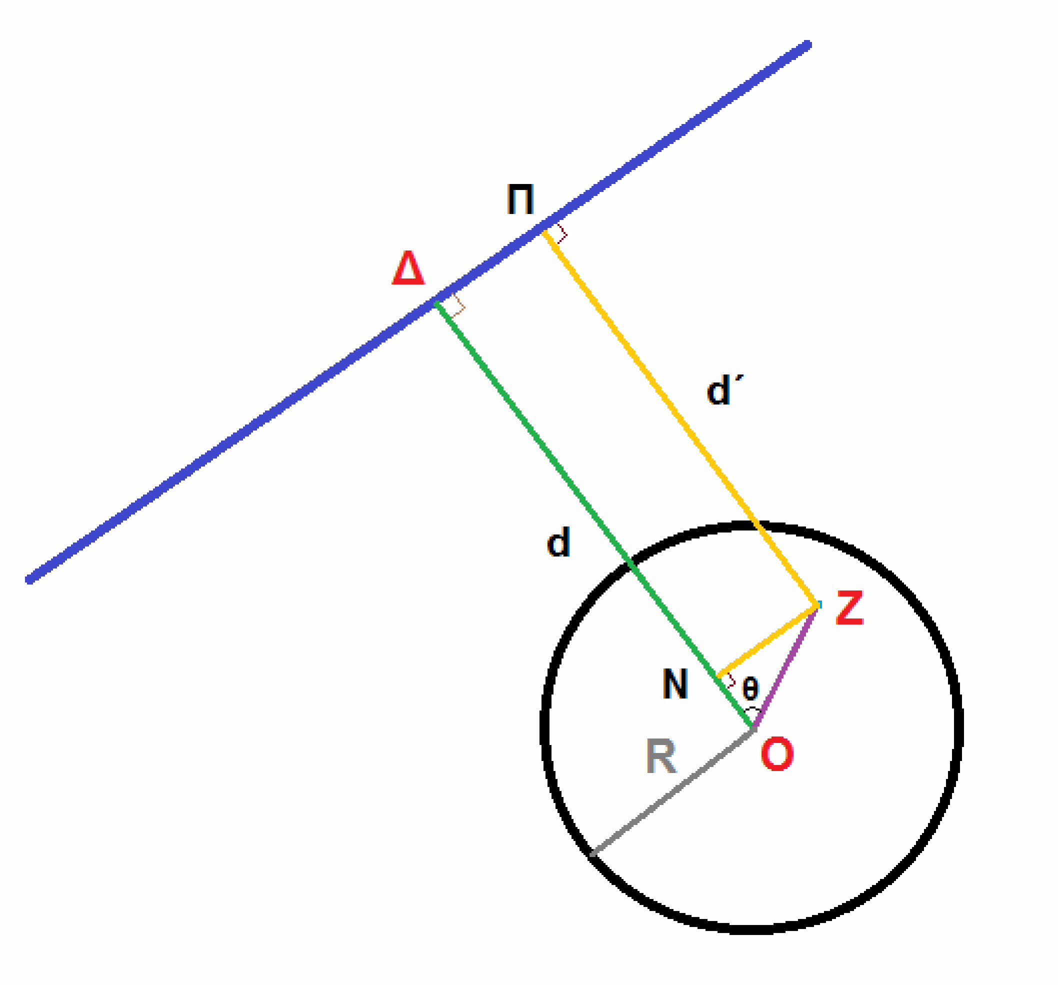
Η μαγνητική επαγωγή σε σημείο που δεν είναι το κέντρο κυκλικού αγωγού



Ο κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός του σχήματος, ακτίνας R, δημιουργεί μαγνητικό πεδίο του οποίου το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής $\mathbf{B_o}$ στο κέντρο του Ο είναι ίσο με $7 \cdot 10^{-5}$T. Στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού υπάρχει και ένας ευθύγραμμος αγωγός, μεγάλου μήκους, με αποτέλεσμα η συνολική μαγνητική επαγωγή στο σημείο Ο να είναι ίση με μηδέν. Η απόσταση ΟΔ του σημείου Ο από τον ευθύγραμμο αγωγό είναι ίση με 2,6R. Το σημείο Ζ είναι ένα σημείο στο εσωτερικό του κυκλικού αγωγού, που απέχει από το Ο απόσταση 0,65R, ενώ η γωνία $\mathrm{Z}\hat{\mathrm{O}}\Delta$ είναι ίση με 60^o. Εάν γνωρίζουμε ότι στο σημείο Ζ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στον κυκλικό αγωγό είναι ομόρροπη της $\mathbf{B_o}$ και το μέτρο της είναι κατά 50% μεγαλύτερο του μέτρου της $\mathbf{B_o}$, να υπολογίσετε το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται και από τους δύο αγωγούς στο σημείο Ζ.

ΛΥΣΗ



Για το μέτρο B_o έχουμε: $B_o = k_\mu \frac{2\pi I_1}{R}$, όπου I_1 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό.

Η μαγνητική επαγωγή στο σημείο Ο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός έχει μέτρο: $B_{o\varepsilon} = k_\mu \frac{2I_2}{d}$, όπου I_2 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό και d=(ΟΔ) η απόσταση του σημείου Ο από τον αγωγό.

Η συνολική μαγνητική επαγωγή $\mathbf{B_{o(o\lambda)}}$ στο Ο είναι ίση με μηδέν. Άρα τα διανύσματα $\mathbf{B_o}$ και $\mathbf{B_{o\varepsilon}}$ είναι αντίθετα, συνεπώς έχουν ίσα μέτρα.

$$B_o = B_{oε} \Rightarrow k_μ \frac{2πI_1}{R} = k_μ \frac{2I_2}{d} \Rightarrow \frac{πI_1}{R} = \frac{I_2}{2{,}6R} \Rightarrow I_2 = 2{,}6πI_1 \qquad (1)$$

Το μέτρο B_{ZK} της μαγνητικής επαγωγής στο σημείο Ζ λόγω του κυκλικού αγωγού είναι:

$$B_{ZK} = B_{oκ} + \frac{50}{100}B_{oκ} \Rightarrow B_{ZK} = 1{,}5B_o \Rightarrow B_{ZK} = 1{,}5 \cdot 7 \cdot 10^{-5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{ZK} = 10{,}5 \cdot 10^{-5}\,T \qquad (2)$$

Το μέτρο B_{ZE} της μαγνητικής επαγωγής στο σημείο Ζ λόγω του ευθύγραμμου αγωγού δίνεται από τη σχέση:

$$B_{ZE} = k_μ \frac{2I_2}{d'} \qquad (3)$$

όπου d΄=(ΖΠ) η απόσταση του σημείου Ζ από τον ευθύγραμμο αγωγό.
Για τον υπολογισμό της d΄ φέρουμε την κάθετο ΖΝ από το Ζ προς την ΟΔ. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΝΖΟ μπορούμε να υπολογίσουμε την (ΟΝ) σε συνάρτηση με την ακτίνα R. Έχουμε:

$$(ON) = (OZ) \cdot συνθ \Rightarrow (ON) = (OZ) \cdot συν(Z\hat{O}Δ) \Rightarrow (ON) = (OZ) \cdot συν60^o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (ON) = (OZ) \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow (ON) = \frac{0{,}65R}{2} \Rightarrow (ON) = 0{,}325R$$

Έτσι, για την d΄ έχουμε:

$$d' = (ZΠ) \Rightarrow d' = (NΔ) \Rightarrow d' = (OΔ) - (ON) \Rightarrow d' = 2{,}6R - 0{,}325R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d' = 2{,}275R \qquad (4)$$

Συνεπώς:

$$(3) \overset{(4)}{\Rightarrow} B_{ZE} = k_μ \frac{2I_2}{2{,}275R} \overset{(1)}{\Rightarrow} B_{ZE} = k_μ \frac{2 \cdot 2{,}6πI_1}{2{,}275R} \Rightarrow B_{ZE} = \frac{2{,}6}{2{,}275} \cdot k_μ \frac{2πI_1}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{ZE} = \frac{2{,}6}{2{,}275}B_o \Rightarrow B_{ZE} = \frac{2{,}6}{2{,}275} \cdot 7 \cdot 10^{-5} \Rightarrow B_{ZE} = \frac{18{,}2}{2{,}275} \cdot 10^{-5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{ZE} = \frac{18.200}{2.275} \cdot 10^{-5} \Rightarrow B_{ZE} = 8 \cdot 10^{-5}\,T$$

Η μαγνητική επαγωγή $\mathbf{B_{ZK}}$ αναφέρεται στην εκφώνηση ότι είναι ομόρροπη της $\mathbf{B_o}$. Επίσης, παρατηρούμε ότι η $\mathbf{B_{ZE}}$ είναι ομόρροπη της $\mathbf{B_{oε}}$. Συνεπώς τα

διανύσματα $\mathbf{B_{ZK}}$ και $\mathbf{B_{ZE}}$ είναι μεταξύ τους αντίρροπα (εφόσον τα $\mathbf{B_{o}}$ και $\mathbf{B_{o\varepsilon}}$ είναι αντίρροπα).

Έτσι, το μέτρο $B_{Z(o\lambda)}$ της ζητούμενης μαγνητικής επαγωγής είναι:

$$B_{Z(o\lambda)} = \left|B_{ZK} - B_{ZE}\right| \Rightarrow B_{Z(o\lambda)} = \left|10{,}5 \cdot 10^{-5} - 8 \cdot 10^{-5}\right| \Rightarrow \underline{B_{Z(o\lambda)} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}}$$

Γρηγόρης Χατζής
gregh@otenet.gr